

Begrip ontstaat niet vanzelf

INTERVIEW MET ZALMAN USISKIN OVER DE VOOR- EN NADELEN VAN DIGITALE REKEN- WISKUNDEMETHODES.

Digitale reken-wiskundemethodes hebben steeds meer te bieden. Ze kunnen een enorme verrijking van het reken-wiskundeonderwijs zijn en de mogelijkheden van de leerkracht vergroten als het gaat om het volgen, ondersteunen en uitdagen van leerlingen, en ook als het gaat om de wereld binnen de school halen en leerlingen motiveren. Het werk van de leerkracht wordt er wel complexer door. Hoe rijk de digitale materialen en mogelijkheden ook zijn, uiteindelijk zal voor het ontwikkelen van begrip, inzicht, denken en redeneren de leerkracht onmisbaar blijven.

Tekst
Marjolein Kool

Op 25 en 26 januari jongstleden werd in Veldhoven de jaarlijkse Panamaconferentie georganiseerd, waar onderzoekers, schoolbegeleiders, pabodocenten en leerkrachten de nieuwste ontwikkelingen in het reken-wiskundeonderwijs bespraken. De conferentie opende met een bijzondere plenaire lezing door een autoriteit op het

gebied van (digitale) reken-wiskundemethodes, professor Zalman Usiskin (zie kader op pagina 5), die speciaal uit Chicago was overgekomen om te spreken over voor- en nadelen van digitale reken-wiskundemethodes. Dit artikel is een samenvatting van het interview dat Marjolein Kool had met professor Usiskin.

WAT ZIJN DE VOORDELEN VAN EEN DIGITALE REKEN-WISKUNDEMETHODE?

het hangt er natuurlijk vanaf over welke digitale methode je het hebt. Er verschijnen er momenteel heel veel. De opmars van digitale schoolboeken is niet te stuiten. In de meest eenvoudige vorm gaat het om 'gewone' reken-wiskundeboeken die op elk apparaat (computer, laptop, tablet, smartphone) geraadpleegd kunnen worden. Het zijn een soort *e-books*, waar je doorheen kunt scrollen, waarin je fragmenten kunt vergroten of verkleinen en het beeld kunt kantelen voor gebruik op een tablet of smartphone. Er zijn linkjes naar andere plekken in de tekst waar leerlingen aanvullende informatie kunnen vinden. Dat is zo'n beetje de meest minimale vorm, maar zelfs die biedt al grote voordelen ten opzichte van het papieren boek. De leerlingen hoeven niet meer met zware

Links: professor
Zalman Usiskin,
rechts: Marjolein Kool



boeken te slepen en het scheelt enorm in productiekosten. Maar in een elektronische leeromgeving is natuurlijk nog veel meer mogelijk, en dan wordt het pas echt interessant. Leerlingen kunnen in hun 'elektronische boek' schrijven. Ze kunnen video's bekijken. De leerkracht kan het materiaal aanpassen, oefeningen en opgaven toevoegen voor extra ondersteuning of uitdaging. Er kunnen formatieve en summatieve toetsen toegevoegd worden, eventueel zelfs adaptieve toetsen. Wiskundige software kan gebruikt worden om objecten, modellen, tabellen, grafieken en dergelijke te tekenen en deze in beweging brengen. Animaties kunnen veel meer duidelijk maken dan niet-bewegende plaatjes. Leerlingen kunnen met elkaar sociale netwerken vormen om hun werk te vergelijken en te bespreken. Leerkrachten kunnen het werk en de toetsresultaten van hun leerlingen monitoren en het aanbod daarop aanpassen. Via een home-link kunnen ouders betrokken worden en thuis met hun kinderen aan de slag gaan. Dergelijke ontwikkelingen bieden ongelofelijk veel mogelijkheden voor het onderwijs, en in het bijzonder ook voor reken-wiskundeonderwijs.

ZIJN ER OOK NADELEN?

De vijf hoofdkenmerken van rekenen-wiskunde vereisen wel dat er goed nagedacht wordt over elektronische reken-wiskundeboeken. Die 'big five' zijn: symboliseren, representeren, redeneren, modeleren, algoritmiseren.

“

Een belangrijk leerdoel van het reken-wiskundeonderwijs is dat leerlingen leren redeneren, hun ideeën onderbouwen en bewijzen. Daarin lijkt de computer op dit moment nog niet zo'n grote rol te spelen.

Ze bieden kansen en uitdagingen:

1. Neem **symboliseren**. Rekenen-wiskunde is een taal die met allerlei tekens en figuren weergegeven wordt. Er zijn prima digitale editors die daarvoor kunnen zorgen, die bijvoorbeeld de breuken correct noteren en de tussenstappen van berekeningen recht onder elkaar zetten, maar leerlingen vinden het vaak omslachtig om die editors goed te gebruiken en om netjes en correct te symboliseren, terwijl rekenen-wiskunde die nauwkeurigheid wel vereist.
2. Bij het **representeren** van concepten biedt een elektronisch lesboek juist weer prachtige kansen omdat een concept op allerlei manieren gerepresenteerd kan worden. Denk aan tekeningen, modellen, grafieken, tabellen, formules, animaties enzovoort. Dergelijke

Wie is professor Zalman Usiskin?

professor Usiskin houdt zich al bijna zijn hele leven bezig met de ontwikkeling van reken-wiskundeonderwijs. Hij promoveerde in 1969 op een onderzoek over meetkundeonderwijs. Daarna werkte hij onder andere samen met professor Max Bell aan de Universiteit van Chicago. In 1987 werd hij directeur van het *University of Chicago School Mathematics Project (UCSMP)* en dat is hij nog steeds, hoewel hij eigenlijk al lang met emeritaat is. Het UCSMP ontwikkelde onder andere 'Everyday Mathematics', een in de VS zeer bekende reken-wiskundemethode voor kinderen van 3 tot 12 jaar en UCSMP, de aansluitende methode voor 12-18-jarigen. Op dit moment zijn er in Amerika zo'n drie miljoen leerlingen die rekenen-wiskunde leren met 'Everyday Mathematics'. Voor zijn vele onderzoeks- en ontwikkelwerk kreeg Professor Usiskin maar liefst twee keer een *lifetime Achievement Award*. In 2001 van de *National Council of Teachers of Mathematics* en in 2017 van de *International Society for Design and Development in Education*. Professor Usiskin gaf lezingen over de hele wereld, op alle grote wiskundecongressen en hij is tot nu toe 44 keer in Europa geweest. Het was zijn derde bezoek aan de Panamaconferentie. Het was een bliksembezoek want op de tweede conferentiedag vloog hij wegens verplichtingen in Chicago alweer terug. Zijn korte tijd in Nederland heeft hij goed besteed. Na zijn lezing hield professor Usiskin nog een vragenuurtje voor geïnteresseerde conferentiedeelnemers en daarna wilde hij ook nog meewerken aan dit interview, waarin hij anderhalf uur bevlogen sprak over het reken-wiskundeonderwijs nu en in de toekomst, en de rol van digitale leerboeken en computerprogramma's in dat onderwijs.





Begrip ontstaat niet vanzelf, en zeker niet door het oefenen van algoritmes, daar moet de leerkracht aan werken.

veelzijdige representaties bieden rijke leermogelijkheden. Maar het is helaas nog niet zo, dat alle digitale rekenprogramma's ook werkelijk voorzien zijn van al deze extra's.

3. Een belangrijk leerdoel van het reken-wiskundeonderwijs is dat leerlingen leren **redeneren**, hun ideeën onderbouwen en bewijzen. Daarin lijkt de computer op dit moment nog niet zo'n grote rol te spelen. Het vereist veel tijd en discipline om leerlingen te leren hun gedachten nauwkeurig te ordenen en te expliciteren. Een digitale stimulans kan zijn om leerlingen te vragen afleidingen en definities op internet op te zoeken. Soms vinden ze dan tegenstrijdige informatie die hen aan het denken zet: Beginnen de natuurlijke getallen bij 0 of bij 1? Zo'n contradictie maakt duidelijk dat je in de wiskunde nauwkeurig moet formuleren en precieze afspraken moet maken. Maar uitgewerkte redeneringen op een beeldscherm noteren is een moeilijke opdracht voor leerlingen, en de computer biedt daarbij vooralsnog geen ondersteuning.
4. **Modeleren** speelt een rol als leerlingen problemen uit de werkelijkheid wiskundig gaan oplossen. Dat vereist dat ze het werkelijke probleem (context) in een wiskundig probleem (som, formule, model, et cetera) kunnen vertalen. Internet biedt veel mogelijkheden om problemen uit de werkelijkheid op het spoor te komen. Dat kan leerlingen motiveren en een antwoord geven op de vraag: 'Waarom moet ik wiskunde leren?'

5. Het laatste onderdeel van de big five is het **algoritmiseren**. Daarbij doet zich een merkwaardige tegenstrijdigheid voor. De computer is een perfect middel om het uitvoeren van algoritmes te oefenen. De leerkrachten kunnen hun leerlingen eindeloos laten oefenen, hun vorderingen toetsen en volgen, en het oefenmateriaal daarop aanpassen. Ideaal! Maar het kost nog steeds veel tijd en moeite om cijferalgoritmes, met name de staartdeling, onder de knie te krijgen en de eenmaal verworven cijfervaardigheid te onderhouden. De ironie van dit verschijnsel is, dat de leerling vele uren doorbrengt op een apparaat om algoritmes te leren terwijl dat apparaat zelf die algoritmes veel sneller en accurater kan uitvoeren. Ironisch is ook dat leerlingen als ze iets cijferend moeten berekenen eerst op zoek moeten naar pen en papier, want dat hebben ze meestal niet bij de hand terwijl ze een smartphone in hun broekzak hebben. Ik zeg niet dat leerlingen de cijferalgoritmes helemaal niet meer hoeven te leren, maar we moeten nadenken over wat we ze nog wel laten oefenen en tot hoever we daarmee willen gaan. We moeten ook de mogelijkheden benutten die tot onze beschikking staan. Laat leerlingen vermenigvuldigingen met de digitale rekenmachine uitvoeren en daarmee wiskundige ontdekkingen doen. Zo kunnen ze bijvoorbeeld ontdekken welke vermenigvuldigingen een even getal opleveren en welke niet. Misschien moet je leerlingen eerst met een rekenmachine laten experimenteren, totdat ze gaan vragen hoe dat apparaat die grote getallen met elkaar vermenigvuldigt. Hedendaagse ontwikkelingen vragen om een heroverweging van de leerdoelen, zeker ten aanzien van algoritmes.

AAN WELKE LEERDOELLEN DENKT U DAN? MOETEN LEERLINGEN NIET MINSTENS WETEN HOE DE STAARDELING WERKT EN WAAROM HIJ ZO WERKT? KAN INZICHT IN DE ALGORITMES NIET BIJDAGEN AAN INZICHT IN GETALLEN EN GETALRELATIES?

Ik denk dat er maar weinig mensen zijn die werkelijk begrijpen wat ze doen als ze een staartdeling uitvoeren. De meeste mensen stampen de procedures blindelings in hun hoofd en passen deze zonder nadenken toe. Dat levert geen inzicht op, want ze hebben geen idee wat ze doen. Toen de zakrekenmachine zijn intrede deed was ik erg blij. Ik zei: 'Nu kunnen we onze leerlingen eindelijk wiskunde gaan leren!' Ze gaan de stof niet beter





Hedendaagse ontwikkelingen vragen om een heroverweging van de leerdoelen, zeker ten aanzien van algoritmes.

begrijpen als ze staartdelingen kunnen uitvoeren. Maar je kunt wel speciale opdrachten en vragen bedenken bij de algoritmes die kunnen bijdragen aan begrip. Laat leerlingen bijvoorbeeld zelf een algoritme creëren.

En natuurlijk moet je ze voortdurend de vraag stellen wanneer het verstandig is om een algoritme te gebruiken en wanneer je dat beter niet kunt doen. Wie $303 - 9$ cijferend gaat uitvoeren begrijpt niet waar hij mee bezig is. Begrip ontstaat niet vanzelf, en zeker niet door het oefenen van algoritmes, daar moet de leerkracht aan werken.

HOE VERANDERT DE ROL VAN DE LEERKRACHT ALS ELEKTRONISCHE REKENWISKUNDEBOEKEN INGEZET WORDEN?

De mogelijkheden om vorderingen van leerlingen te volgen en het lesmateriaal aan de onderwijsbehoeften van de leerlingen aan te passen worden veel groter. Je kunt leerlingen toetsen en volgen. Je kunt opgaven toevoegen en schrappen, de wereld in de klas halen en ontdekken hoeveel wiskunde er in de wereld is. Dat kan met digitale middelen allemaal veel makkelijker. Maar het vraagt veel van een leerkracht om daar goed mee om te gaan en goed af te wegen wat de computer kan bieden en wat niet. Om inzicht en begrip bij leerlingen te ontwikkelen is de leerkracht nog steeds hard nodig. De computer maakt de leerkracht niet overbodig, in tegendeel. Sommige leerkrachten zitten niet op deze ontwikkelingen te wachten. Die zijn tevreden met hoe het gaat. Maar zo is het met elke grote verandering. Je hebt altijd pioniers, mensen die volgen en mensen die niet willen volgen en de hakken in het zand zetten. De rol van de leerkracht wordt complexer. Een papieren boek is transparant. Het heeft een begin en een eind. Het is lineair. Je kunt zien wat er is geweest en wat er nog komt. Je hebt als leerkracht alle stof letterlijk en figuurlijk in de hand. Maar dat geldt niet bij elektronische lesboeken. Die kun je niet in één klap overzien. Er kunnen links en URL's toegevoegd zijn die naar andere bronnen en video's, materialen en oefeningen leiden. De leerlingen kunnen allerlei dingen opzoeken op internet. Als leerkracht weet je niet altijd waar je leerlingen 'geweest' zijn en waar ze naar toe gaan. Het lesboek is een bibliotheek van oneindige omvang geworden en dat kan een leerkracht een ongemakkelijk gevoel geven. De rol van de leerkracht wordt complexer, maar dat past bij een samenleving die ook steeds complexer wordt.



LEERLINGEN KUNNEN VEEL LEREN DOOR INTERACTIE, IN GESPREKKEN MET ELKAAR EN DE LEERKRACHT. IS DAT WEL TE REALISEREN ALS ZE MET DE COMPUTER WERKEN, ALS IEDEREEN OP ZIJN EIGEN TRAJECT INDIVIDUEEL ACHTER ZIJN COMPUTER ZIT?

Leerlingen hebben medeleerlingen nodig en een leraar om samen te leren, om te overleggen, om te zien wat ze nog kunnen leren, om verder te komen, om gemotiveerd te raken, om te ervaren waar de inspanning toe kan leiden. Ik moet denken aan mijn dochter die al op jonge leeftijd cello leerde spelen. Ze kreeg individueel les en oefende veel, maar daarnaast kreeg ze ook iedere week de kans om naar anderen leerlingen te luisteren, ook oudere leerlingen die verder waren dan zij. Zo kon ze ontdekken dat ze nog veel meer kon leren, en dat dat bereikbaar was. Als ieder kind aan de computer op zijn eigen leertraject zit, is dat een nachtmerrie voor de leraar. Hij moet iedereen individueel in de gaten houden en individuele passende instructie geven. Zelfs als filmpjes en video's dat voor een deel over kunnen nemen gaat het nog niet werken. Leerlingen hebben interactie nodig, met elkaar en met een leraar die vraagt: 'Hoe ben je aan dat antwoord gekomen?' 'Waarom denk je dat dat klopt?' enzovoort. Leren wordt heel moeilijk zonder interactie.



Hoe rijker de elektronische leeromgeving is, hoe beter de leerkracht moet zijn die hem gebruikt.

WAT GAAT ER MET HET KLADBLAADJE GEBEUREN ALS DE LESMETHODE STRAKS HELEMAAL DIGITAAL IS?

Digitale leerboeken kunnen prachtige problemen aanbieden, en door middel van filmpjes en animaties leerlingen motiveren eraan te werken. Leerlingen die aan een probleem werken vinden hopelijk na verloop van tijd het antwoord, maar daar gaat heel veel aan vooraf. Ze hebben bij het werken aan problemen een kladblaadje nodig waarop ze kunnen krabbelen. Ze moeten kunnen rommelen, uitproberen, schetsjes en berekeningen maken, pogingen noteren, doorstrepen en opnieuw beginnen, *trial-and-error*, schatten, enzovoort. Er zijn programma's die een digitaal kladblaadje aanbieden met een speciale elektronische pen. Leerlingen kunnen met die pen op een pad of op hun beeldscherm krabbelen en tekenen. Het lijkt hetzelfde als krabbelen op een papieren kladblaadje, maar in de praktijk blijkt dat toch niet zo te zijn. Kinderen gebruiken dat digitale kladblaadje minder en anders. Ik denk niet dat er ooit iets uitgevonden gaat worden dat het kladblaadje in de vorm van pen en papier op je tafel naast je tablet, kan vervangen. Maar dat betekent niet dat je tegen het gebruik van computers in reken-wiskundeonderwijs moet zijn.

WAT WORDT DE ROL VAN CONCRETE MATERIALEN EN OBJECTEN IN HET ONDERWIJSLEERPROCES?

Die rol kan de computer niet overnemen. Het is belangrijk dat leerlingen bij het leren van rekenen-wiskunde echte materialen in hun handen krijgen, waarmee ze kunnen schuiven, wegnemen, splitsen, in groepjes delen, vouwen... dat kun je niet zo makkelijk op de computer. Er

zijn computerprogramma's die dat nabootsen, maar dat is toch iets anders. Kinderen moeten in de werkelijkheid kunnen handelen met concrete objecten. Leerkrachten in het basisonderwijs doen daar mooie dingen mee. Als je ziet hoe leerlingen betekenisvol leren optellen en aftrekken met blokjes en dergelijke dan moet je dat niet willen veranderen. Maar dat brengt me wel op het onderwijsleerproces voor rekenen met breuken. Ook daar spelen concrete materialen een grote rol. Ik zie kinderen stroken, chocoladerepen, pannenkoeken en dergelijke in stukken delen. Zo laten ze bijvoorbeeld zien dat $\frac{1}{4}$ betekent dat je één stuk van vier stukken pakt. Mooi, maar pas op! Hier ligt het gevaar op de loer dat dingen verkeerd begrepen worden: het representeren van de breuk wordt als het ware vertaald naar een bewerking met hele getallen. Eén-vierde wordt 'pak één stuk van de vier stukken', en dan is er geen kind dat dan nog de relatie legt met delen, terwijl dat eigenlijk wel zou moeten. Bij al het rekenen met breuken op de basisschool leren kinderen te kijken naar de losse tellers en noemers en uiteindelijk daar bewerkingen mee te doen, bijvoorbeeld teller keer teller en noemer keer noemer. Maar met die losse hele getallen beseffen ze niet dat een breuk eigenlijk een deling is, en dat ze eigenlijk twee delingen met elkaar vermenigvuldigen. De breuk wordt losgeknipt in twee getallen en niet als fenomeen op zichzelf beschouwd. Een bekend vraagstuk uit een landelijke toets van een paar jaar geleden is: 'Schat de uitkomst van $\frac{7}{8} + \frac{12}{13}$ '. Veel kinderen gaven $\frac{19}{21}$ als antwoord. Ze realiseerden zich niet dat $\frac{7}{8}$ bijna 1 is en dat $\frac{12}{13}$ ook bijna 1 is, zodat de uitkomst bijna 2 moet zijn. Het verdelen van rechthoeken en dergelijke objecten in stukjes kan, hoe goed bedoeld ook, als je niet oplet de basis leggen voor misverstanden over breuken. Kinderen hebben vorig jaar nog geleerd met de stukjes van een reep chocola dat $4 - 1 = 3$, en even later krijgen ze weer een reep chocola en nu leren ze met datzelfde model dat als je $\frac{1}{4}$ weghaalt dat je dan nog $\frac{3}{4}$ overhoudt. Dat is verwarrend. De verbinding tussen breuken en delen moet heel zorgvuldig gelegd worden, anders gaat het mis. Het wordt anders als de breuk vertaald wordt in een decimaal getal. Maar de didactische opgave om goed breukbegrip op te bouwen is essentieel of je nu wel of niet een computer gebruikt voor je onderwijs. Goede leerkrachten met een grote didactische kennis en ervaring blijven nodig. Hoe rijker de elektronische leeromgeving is, hoe beter de leerkracht moet zijn die hem gebruikt.

